

**Algoritmus a leghosszabb út számításához**  
 Generic shortest path algorithm  
 Single source shortest path algorithm  
 Bellman-Ford 1958

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

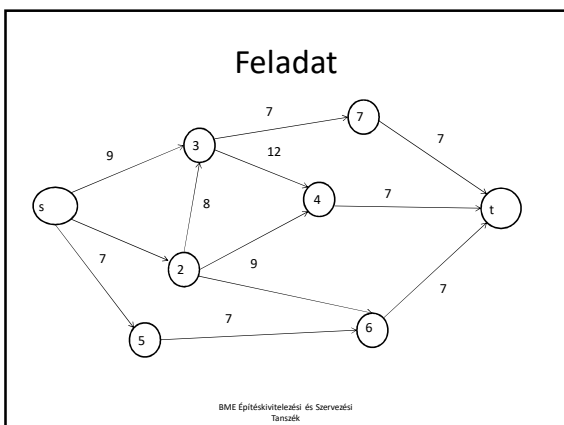
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

**Maximális út - minimális potenciál**

- *Primál*
- Adott  $(N, A, \tau)$  hálózaton keresendő azon
  - $P(s, t) = \{s=x_1, \dots, x_n=t\}$  út, amelyre
  - $\tau(P(s, t)) = \sum_{i=1}^{n-1} \tau_{ij}$  maximális.
- *Duál*
- Adott  $(N, A, \tau)$  hálózaton keresendő azon  $\mu$  potenciálrendszer, amelyre
  - $\mu_s = 0,$
  - $\mu_j - \mu_i \geq \tau_{ij} \forall ij \in A$
  - és  $\mu_t$  minimális.

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### Leghosszabb út 1-4, legkorábbi és legkésőbbi időpolitikák

```

    graph LR
      1((1)) -- 9 --> 3((3))
      1((1)) -- 7 --> 2((2))
      2((2)) -- 8 --> 3((3))
      2((2)) -- 9 --> 4((4))
      3((3)) -- 12 --> 4((4))
    
```

	1	2	3	4
1		7	9	
2			8	9
3				12
4				

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### 1. csomópontból

```

    graph LR
      1((1)) -- 9 --> 3((3))
      1((1)) -- 7 --> 2((2))
      2((2)) -- 8 --> 3((3))
      2((2)) -- 9 --> 4((4))
      3((3)) -- 12 --> 4((4))
    
```

	1	2	3	4
0	1			
7	2		8	9
9	3			12
	4			

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### 2. csomópontból

```

    graph LR
      1((1)) -- 9 --> 3((3))
      1((1)) -- 7 --> 2((2))
      2((2)) -- 8 --> 3((3))
      2((2)) -- 9 --> 4((4))
      3((3)) -- 12 --> 4((4))
    
```

	1	2	3	4
0	1			
7	2		8	9
9-15	3			12
16	4			

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### 3. csomópontból

```

    graph LR
      1((1)) -- 9 --> 3((3))
      1((1)) -- 7 --> 2((2))
      2((2)) -- 8 --> 3((3))
      2((2)) -- 9 --> 4((4))
      3((3)) -- 12 --> 4((4))
    
```

	1	2	3	4
0	1		7	9
7	2		8	9
15	3			12
22	4			

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### 1., 2.,3., csomópontból

```

    graph LR
      1((1)) -- 9 --> 3((3))
      1((1)) -- 7 --> 2((2))
      2((2)) -- 8 --> 3((3))
      2((2)) -- 9 --> 4((4))
      3((3)) -- 12 --> 4((4))
    
```

	1	2	3	4
0	0	1		7
7	7	2		8
15	15	3		12
22	22	4		

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### Visszafelé 4. csomópontból

```

    graph LR
      1((1)) -- 9 --> 3((3))
      1((1)) -- 7 --> 2((2))
      2((2)) -- 8 --> 3((3))
      2((2)) -- 9 --> 4((4))
      3((3)) -- 12 --> 4((4))
    
```

	1	2	3	4
0	0	1		7
7	7	2		8
15	15	3		12
22	22	4		
34			9	12
46				0

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### Visszafelé 3. csomópontból

```

    graph LR
      1((1)) -- 9 --> 3((3))
      1((1)) -- 7 --> 2((2))
      2((2)) -- 8 --> 3((3))
      2((2)) -- 9 --> 4((4))
      3((3)) -- 12 --> 4((4))
  
```

	0	1	2	3	4
0	0	1	7	9	
7	7	2		8	9
15	15	8	15	3	12
27	27	16	27	4	
		21	20	12	0

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### Visszafelé 2. csomópontból

```

    graph LR
      1((1)) -- 9 --> 3((3))
      1((1)) -- 7 --> 2((2))
      2((2)) -- 8 --> 3((3))
      2((2)) -- 9 --> 4((4))
      3((3)) -- 12 --> 4((4))
  
```

	0	1	2	3	4
0	0	1	7	9	
7	7	2		8	9
15	15	8	15	3	12
27	27	16	27	4	
		21	20	12	0

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### Legkésőbbi időpolitika

```

    graph LR
      1((1)) -- 9 --> 3((3))
      1((1)) -- 7 --> 2((2))
      2((2)) -- 8 --> 3((3))
      2((2)) -- 9 --> 4((4))
      3((3)) -- 12 --> 4((4))
  
```

	0	1	2	3	4
0	0	1	7	9	
7	7	2		8	9
15	15	8	15	3	12
27	27	16	27	4	
		21	20	12	0
	0	7	15	27	

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### Leghosszabb út 1-4 és a tartalékidők

	1	2	3	4
1		7	9	
2			8	9
3		-10		12
4				

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### 1. csomópontból

	1	2	3	4
0	1	7	9	
7	2		8	9
9	3	-10		12
	4			

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### 2. csomópontból

	1	2	3	4
0	1	7	9	
7	2		8	9
9 15	3	-10		12
16	4			

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### 3. csomópontból

	1	2	3	4
0	1	7	9	
7	2		8	9
9 15	3	-10		12
16 27	4			

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### Új iteráció 1,2,3. csomópontból

	1	2	3	4
0	0	1	7	9
7	7	2		8
15	8 15	3	-10	12
27	16 27	4		

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### Visszafelé 4. csomópontból

	1	2	3	4
0	0	1	7	9
7	7	2		8
15	8 15	3	-10	12
27	16 27	4		
			9	12
				0

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### Visszafelé 3. csomópontból

	1	2	3	4
0	0			
7	7			
15	8 15			
27	16 27			
	21	20	12	0

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### Visszafelé 2. csomópontból

	1	2	3	4
0	0			
7	7			
15	8 15			
27	16 27			
	21 27	20	12	0

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### Leghosszabb út 1-4

	1	2	3	4
1			7 9	
2			8 9	
3		-7		12
4				

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

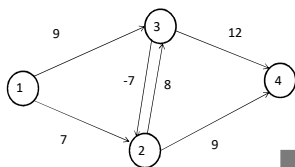
---

---

---

---

### 1. csomópontból



	1	2	3	4
0	1		7	9
7	2			8
9	3		-7	
	4			12

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

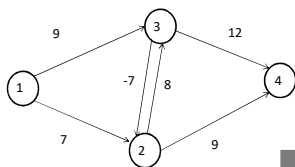
---

---

---

---

### 2. csomópontból



	1	2	3	4
0	1		7	9
7	2			8
9 15	3		-7	
16	4			12

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

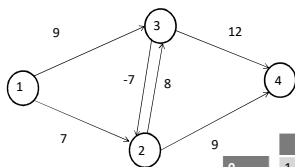
---

---

---

---

### 3. csomópontból



	1	2	3	4
0	1		7	9
7 8	2			8
9 15	3		-7	
16 27	4			12

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---



### Új iteráció 1. csomópontból

		1	2	3	4
0	0	1	7	9	
8	7.8	2		8	9
15	9.15	3	-7		12
27	16.27	4			

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### Új iteráció 2. csomópontból

		1	2	3	4
0	0	1	7	9	
8	7.8	2		8	9
15.16	9.15	3	-7		12
27	16.27	4			

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### Új iteráció 3. csomópontból

		1	2	3	4
0	0	1	7	9	
8.9	7.8	2		8	9
15.16	9.15	3	-7		12
27.28	16.27	4			

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### 3. Iteráció 1. csomópontból

	1	2	3	4
0	0	0	0	
9	<del>9</del>	<del>9</del>	<del>7</del> 8	
16	<del>15</del> 16	<del>9</del> 15		
28	<del>27</del> 28	<del>16</del> 27		

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### 3. Iteráció 2. csomópontból

	1	2	3	4
0	0	0	0	
9	<del>9</del>	<del>9</del>	<del>7</del> 8	
<del>16</del> 17	<del>15</del> 16	<del>9</del> 15		
28	<del>27</del> 28	<del>16</del> 27		

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

---

---

---

---

### 3. Iteráció 3. csomópontból

	1	2	3	4
0	0	0	0	
<del>9</del> 10	<del>9</del>	<del>9</del>	<del>7</del> 8	
<del>16</del> 17	<del>15</del> 16	<del>9</del> 15		
<del>28</del> 29	<del>27</del> 28	<del>16</del> 27		

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

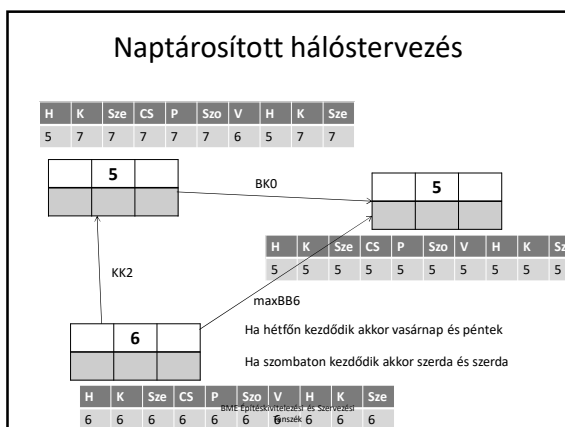
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

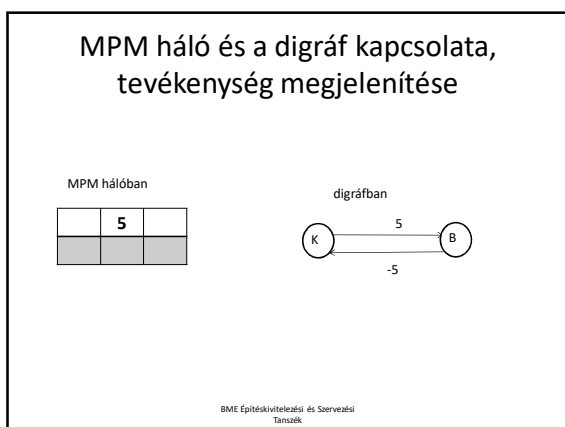
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

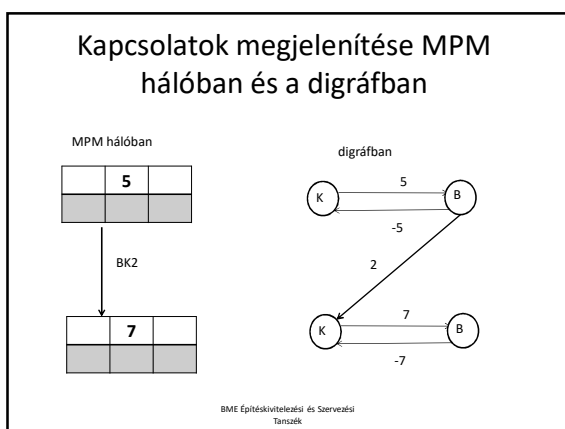
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

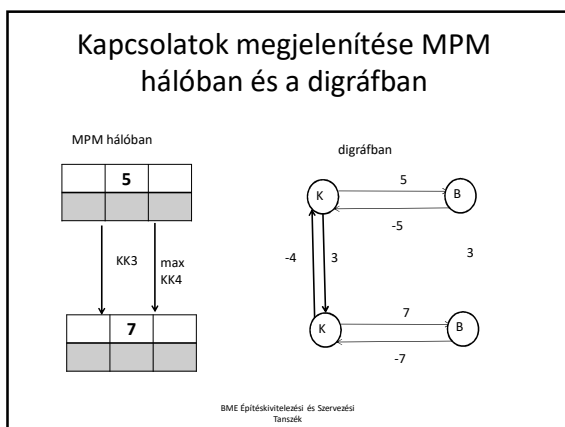
---

---

---

---

---




---

---

---

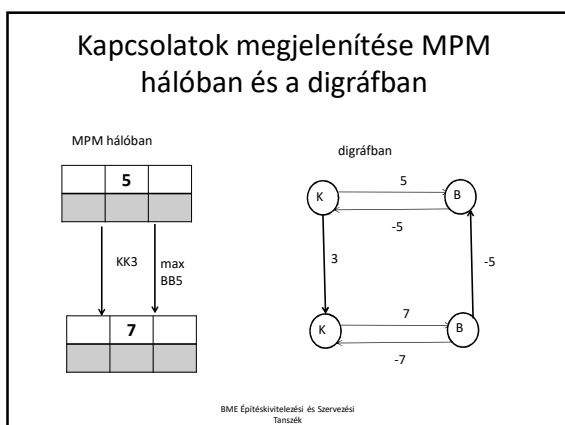
---

---

---

---

---




---

---

---

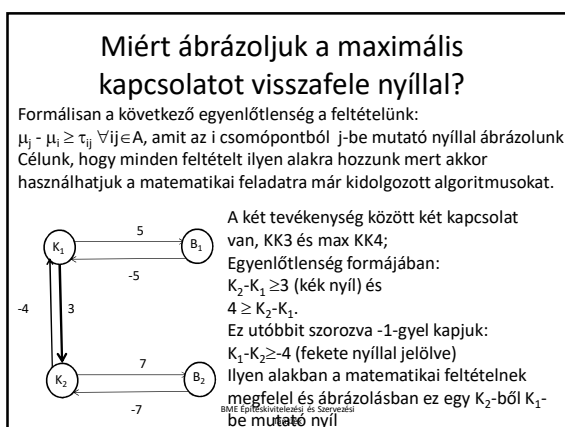
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

### MPM/PDM használata

- Sorházakat épít egy vállalkozó. 3 tevékenységre bontotta a kivitelezést, alapozás, szerkezetépítés és tető héjalás valamint szakipari munkák. A terv az, hogy tevékenységenként 1-1 brigád folyamatosan végzi majd a munkálatokat. A becsült tevékenységidők rendre 13 és 17 nap, 11 és 22 nap illetve 15 és 19 nap között vannak. A tevékenységek legalább 3 de legfeljebb 9 nap távolságra kell, hogy lehetnek egymástól. Rajzolja fel a hálót és határozza meg a minimális átfutási időt.

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

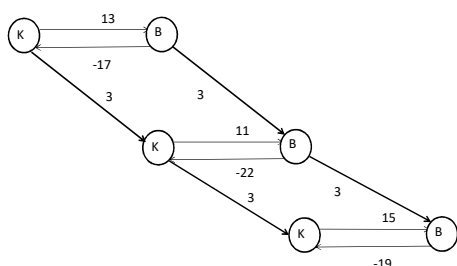
---

---

---

---

### MPM/PDM digráf



BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

---

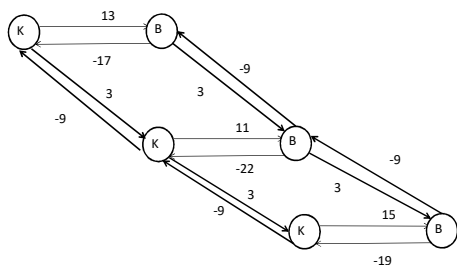
---

---

---

---

### MPM/PDM digráf



BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

---

---

---

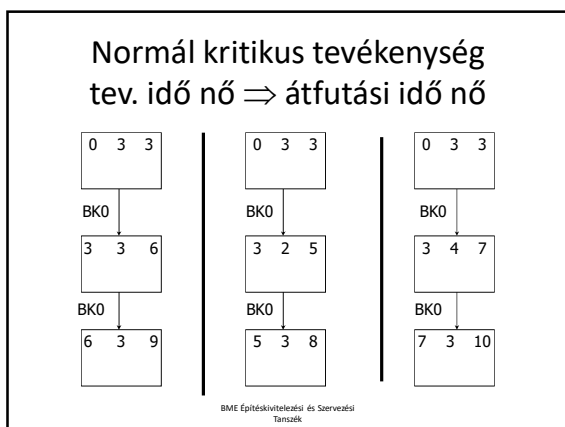
---

---

---

---

---




---

---

---

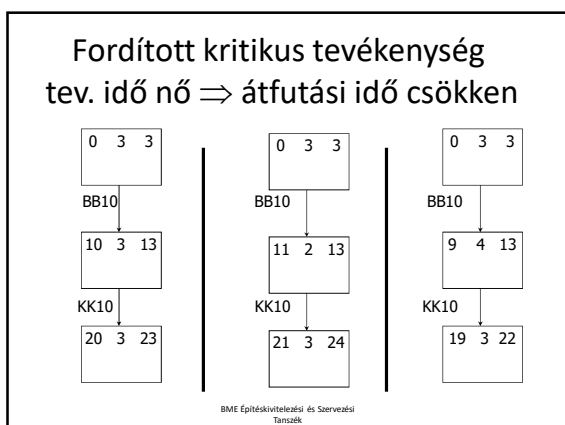
---

---

---

---

---




---

---

---

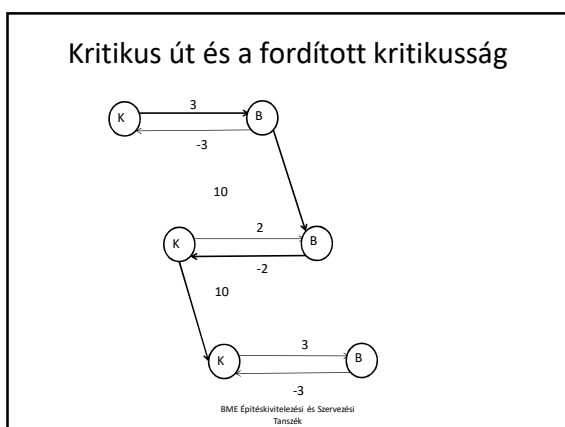
---

---

---

---

---




---

---

---

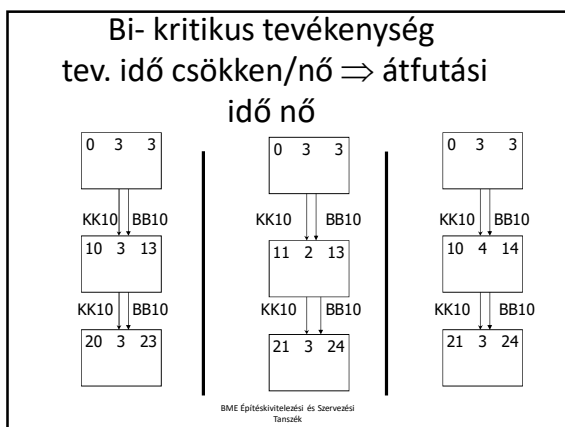
---

---

---

---

---




---

---

---

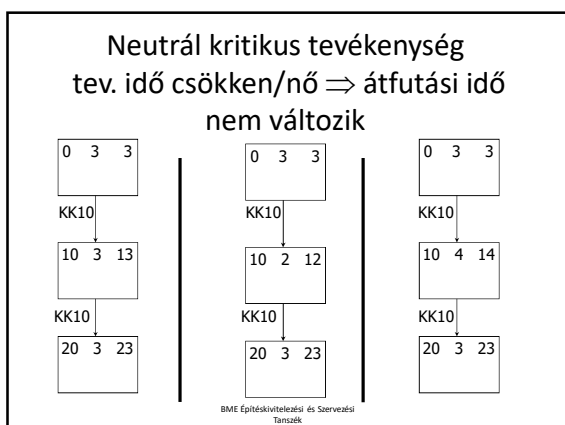
---

---

---

---

---




---

---

---

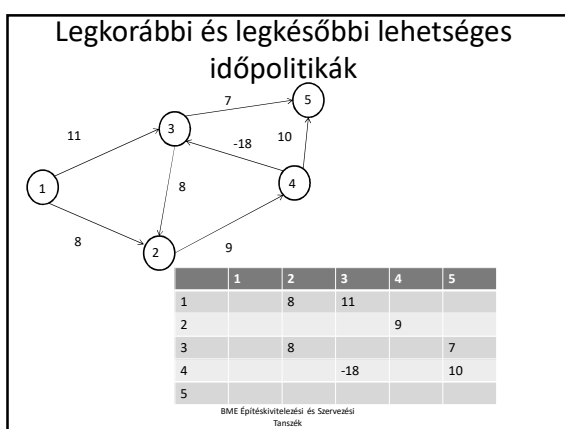
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---