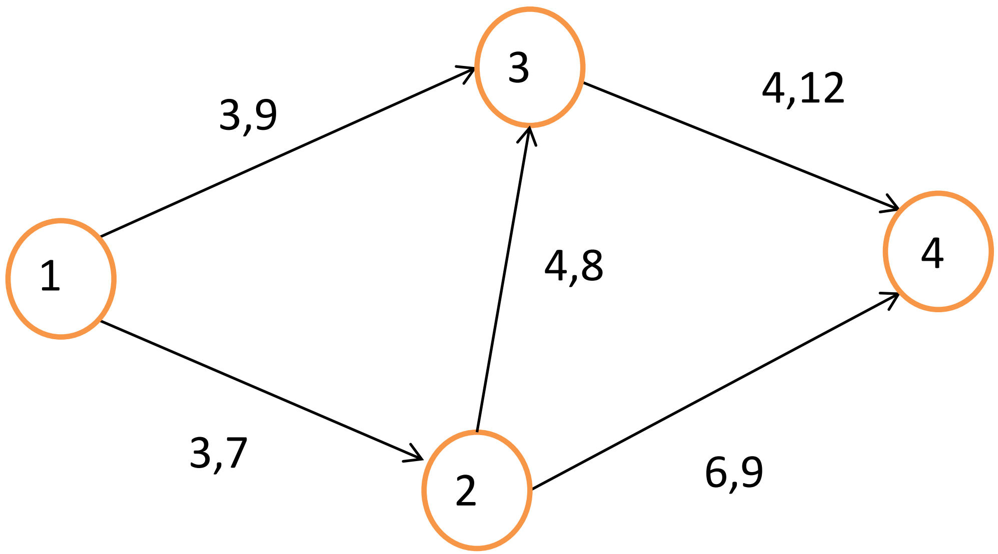
Hálózati Folyamok Alkalmazásai

Mályusz Levente

BME Építéskivitelezési és Szervezési Tanszék

Alsó felső korlátos maximális folyam



- Transzformáljuk több forrást, több nyelőt tartalmazó feladatra
- 1. Megengedett megoldást keresünk
- 2. Maximális folyamot keresünk

Hálózati folyamok alkalmazásai

- Repülőjáratok ütemezése
- Munkák ütemezése
- Projektek kiválasztása
- …

Néhány építőipari alkalmazás

- Alsó felső korlátos folyam
- König feladat/Házassági feladat/ hozzárendelési feladat
- Futószalag modell
- Általánosított Kőnig feladat/ földszállítási feladat
- Általános szűk keresztmetszet feladat
- Evakuálási modellek
- Költségtervezési feladat

Kőnig Dénes

- Kőnig Gyula matematikaprofesszor, rektor
- Kőnig Dénes matematika tanár (Kőnig-Hall tétel)

Kőnig feladat

- Kőnig Dénes 1884. szeptember 21-én született Budapesten. 1936-ban Lipcsében jelent meg „A véges és végtelen gráfok elmélete” című műve.

Adott $I_1, I_2, \ldots, I_m$ személy (munkás) és $J_1, J_2, \ldots, J_n$ munka ($m \leq n$)

Minden munkásnak adjunk munkát!

	J_1	J_2	J_3	J_4
I_1	*	*		
I_2		*	*	
I_3			*	*
I_4	*	*		

Kőnig tétel

Vagy

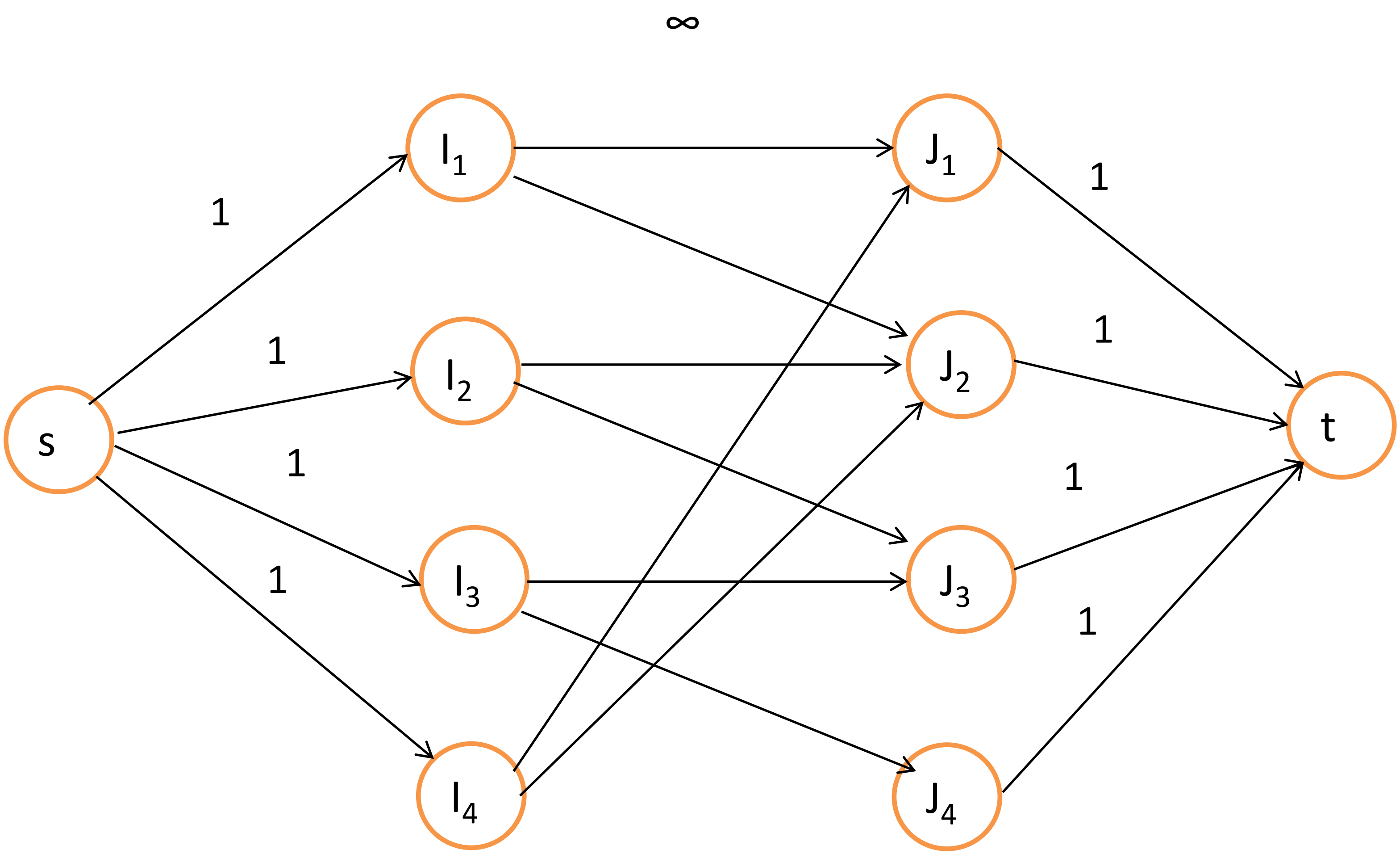
1., minden munkást el tudunk látni munkával

vagy

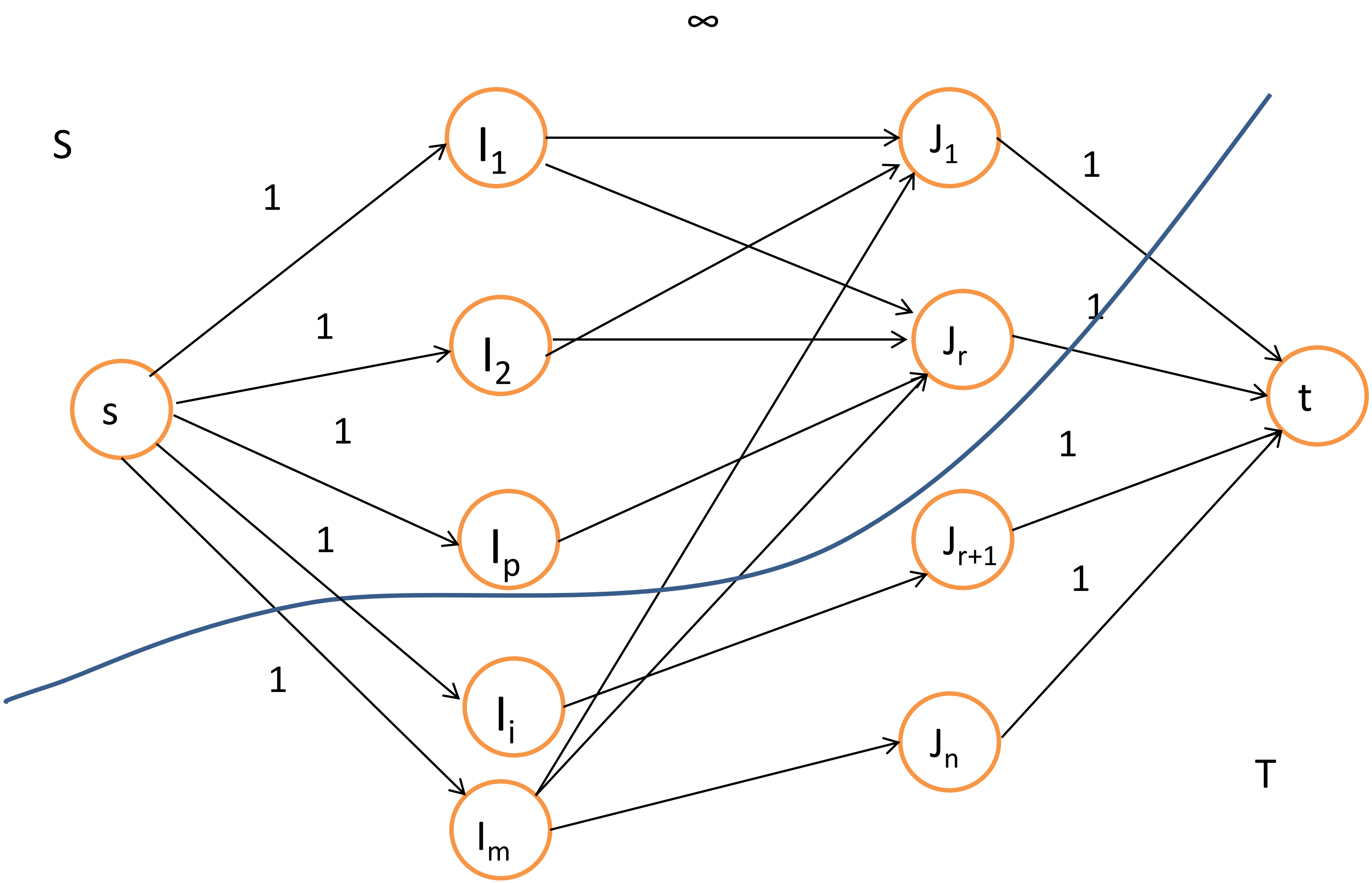
2., létezik a munkásoknak egy olyan részhalmaza (P), hogy a P számossága nagyobb, mint az általuk elvégezhető munkák számossága.

$$||P|| > ||J(P)||.$$

A feladat folyam modellje



A feladat folyam modellje



$m > m - p + r \qquad p > r$

Futószalag modell

- Adottak továbbá a $\tau_{ij} \geq 0$ $(i=1,\ldots m)$ $(j=1,\ldots n)$ nem negatív egész számok, amelyek azt az időt jelentik, amennyi idő alatt az I_i munkás a J_j munkahelyi feladatot ellátja. Valamely hozzárendelés esetén a futószalag sebességét az határozza meg, hogy mennyi a leghosszabb ideig dolgozó munkás munkaideje.

Futószalag modell példa 1

Célunk olyan hozzárendelés megvalósítása, amelynél a leghosszabb ideig dolgozó munkás munkaideje minimális. Az alábbi táblában adottak a tevékenységidők. Az első kiosztásban a 12 időegység lett a legnagyobb, a következőkben ennél jobb lehetőséget keresünk.

	J_1	J_2	J_3	J_4
I_1	**8**	7	6	8
I_2	11	**12**	8	9
I_3	7	12	**10**	13
I_4	14	10	9	**8**

Futószalag modell példa 2

Töröljük a 12 és annál nagyobb időegységeket tartalmazó cellákból a számokat. Az így megváltozott táblázatban keressünk összerendelést. A hol nincs szám az az összerendelés nem lehetséges. Az alábbi táblázatban mutatunk egy összerendelést amelyben 10 a legnagyobb időegység.

	J_1	J_2	J_3	J_4
I_1	**8**	7	6	8
I_2	11		8	**9**
I_3	7		**10**	
I_4		**10**	9	8

Futószalag modell példa 3

Töröljük a 10 és annál nagyobb időegységeket tartalmazó cellákból a számokat. Az így megváltozott táblázatban keressünk összerendelést. A hol nincs szám az az összerendelés nem lehetséges. Az alábbi táblázatban mutatunk egy összerendelést amelyben 10 a legnagyobb időegység. Egy összerendelés az valójában egy Kőnig feladat.

	J_1	J_2	J_3	J_4
I_1	8	**7**	6	8
I_2			**8**	9
I_3	**7**			
I_4			9	**8**

Általánosított Kőnig feladat

Legyenek adottak az $I \ldots . I_m$ földnyerő helyek melyek kapacitása α…. és a J…. J_n építési földlerakó helyek, amelyek kapacitása β…

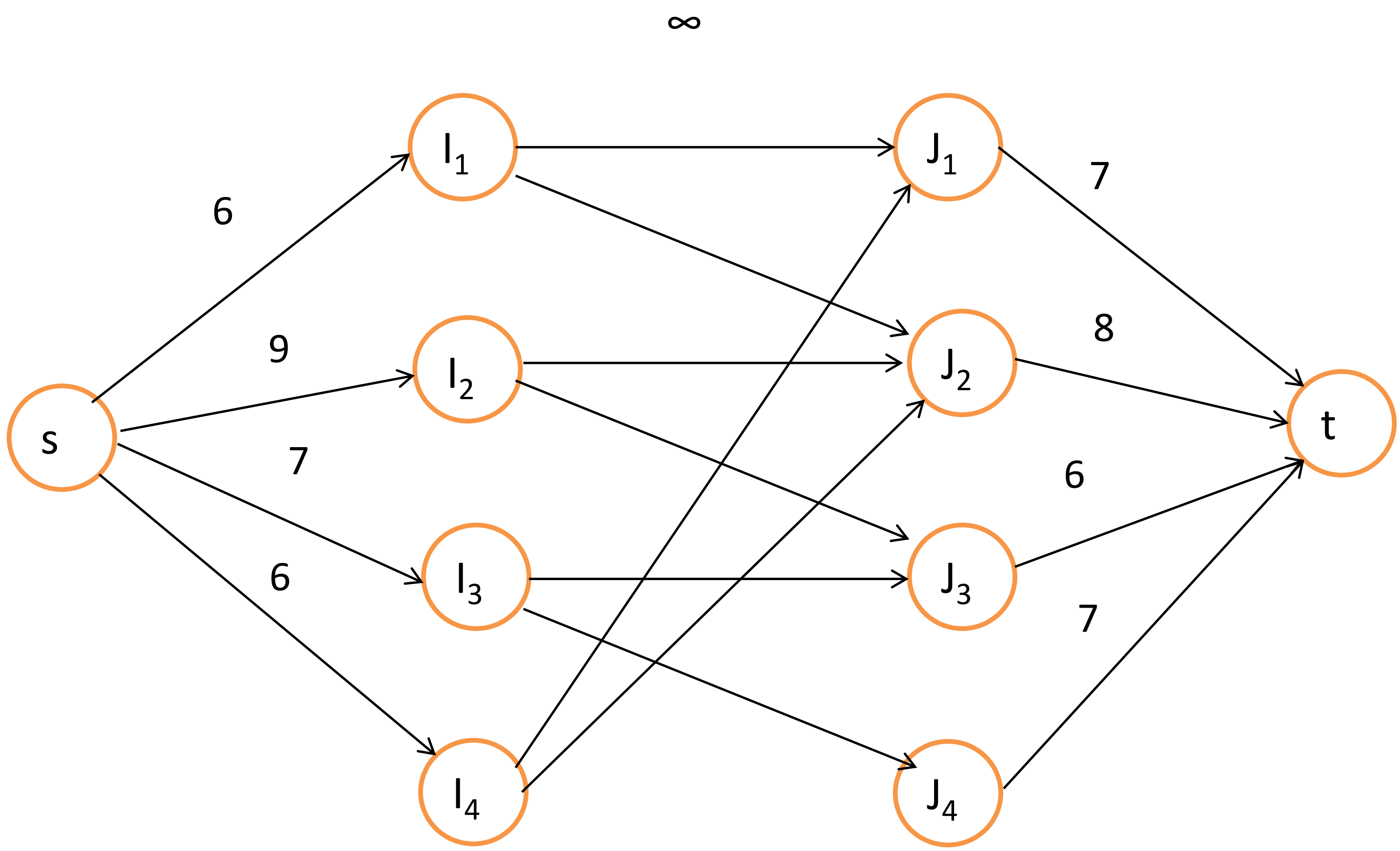
β

α

		7	8	6	7
		J_1	J_2	J_3	J_4
6	I_1	*	*		
9	I_2		*	*	
7	I_3			*	*
6	I_4	*	*		

$$\sum_{i=1}^{m} \alpha_i \le \sum_{j=1}^{n} \beta_j$$

A feladat folyam modellje



Kőnig tétel

Vagy

1., minden földet el tudunk szállítani

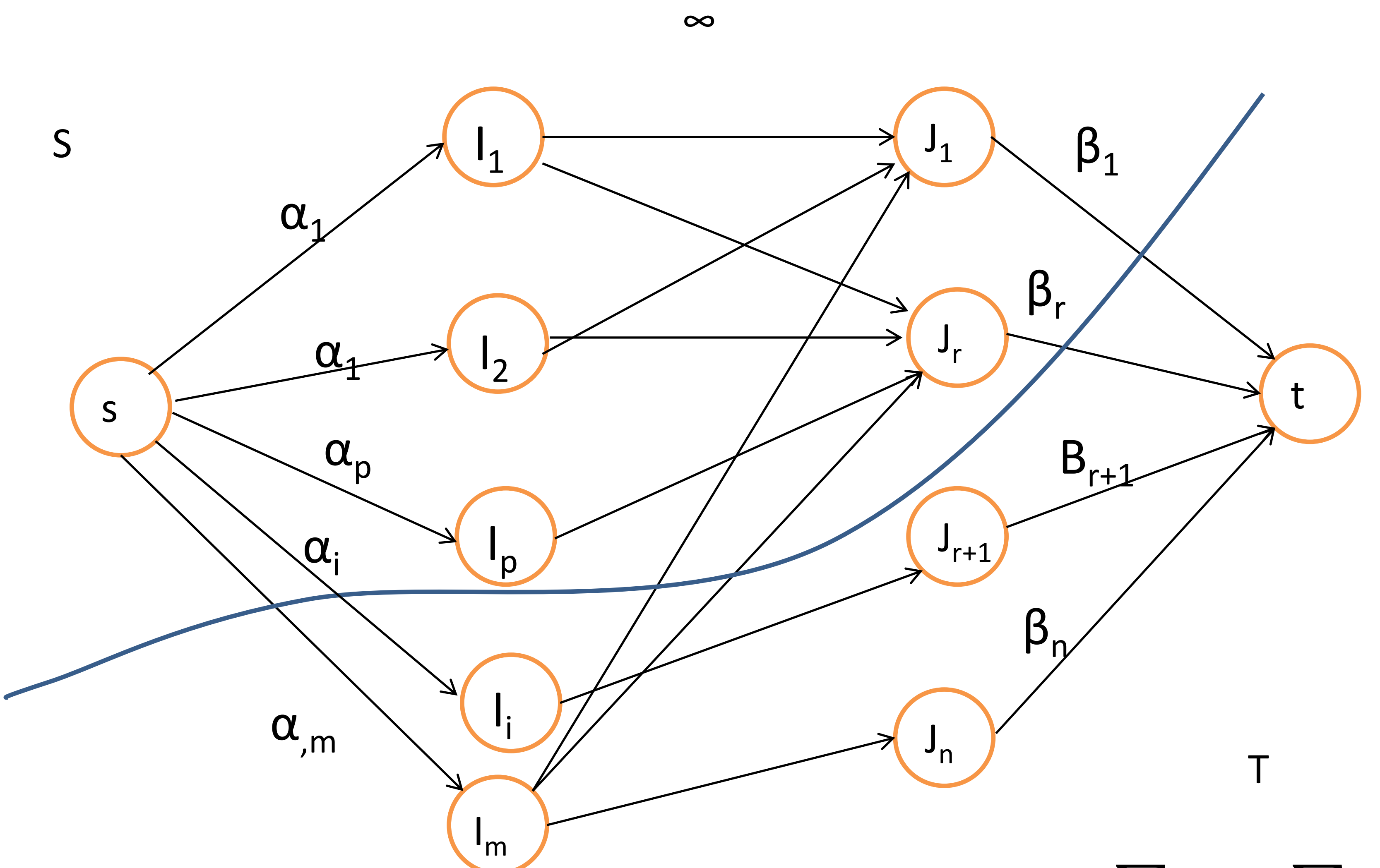
vagy

2., létezik a földnyerő helyeknek egy olyan részhalmaza, hogy az onnan elhelyezni kívánt föld mennyisége nagyobb mint az elfogadható földlerakó helyek kapacitása.

$$||P||_{\alpha} > ||J(P)||_{\beta}$$

•

A feladat folyam modellje



Minden földet el tudunk szállítani vagy $\sum_{i \in P} \alpha_i > \sum_{i \in J(P)} \beta_i$

Szűk keresztmetszet feladat

Adottak még a τ (i=1,…,m) (j=1,…,n) értékek, amelyek a I helyről a J helyre történő szállítás idejét jelölik.

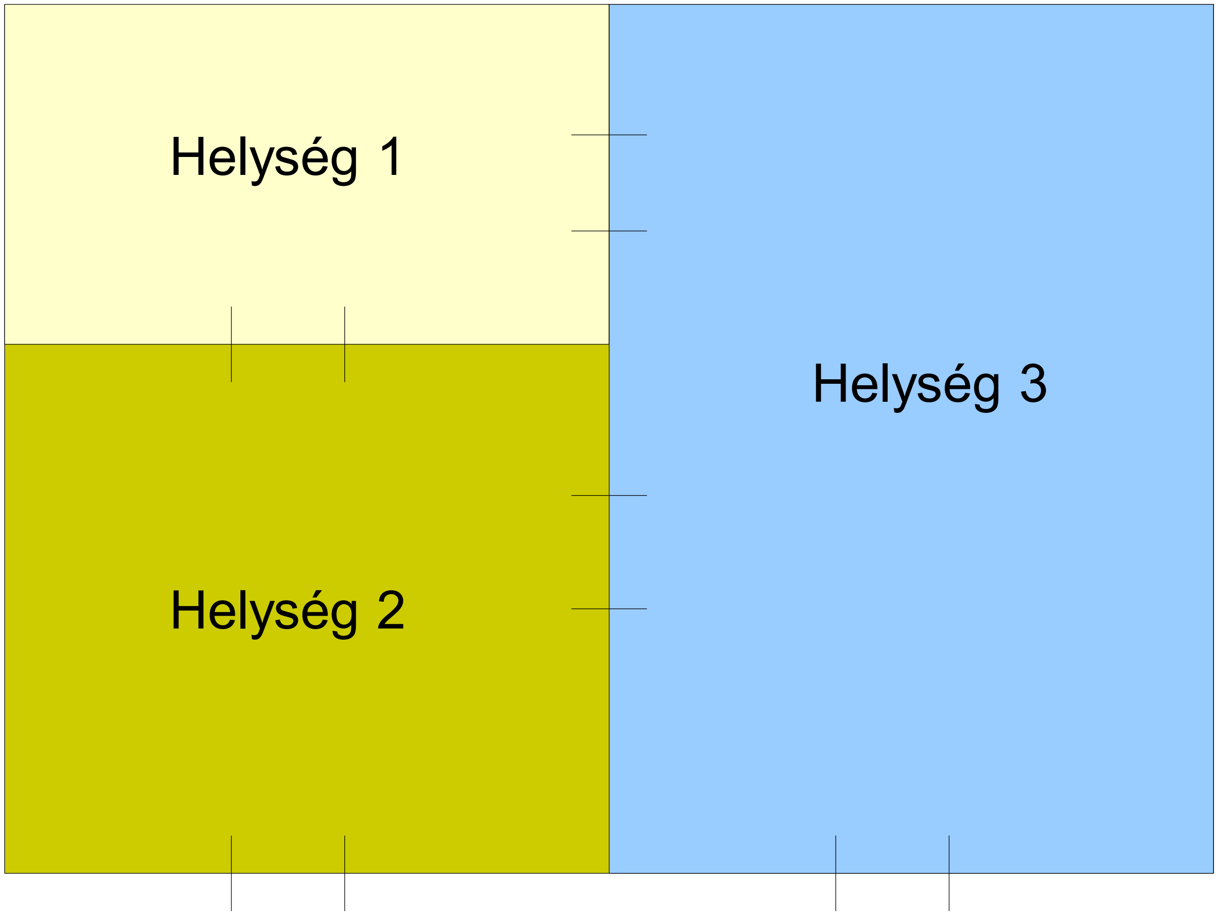
Feladat: Döntsük el, hogy a föld elszállítható-e az adott helyekről az elfogadható földlerakó helyekre és adjunk egy olyan lehetséges szállítási politikát, amelyre a maximális szállítási idő is minimális.

Épület Evakuálási Modellek

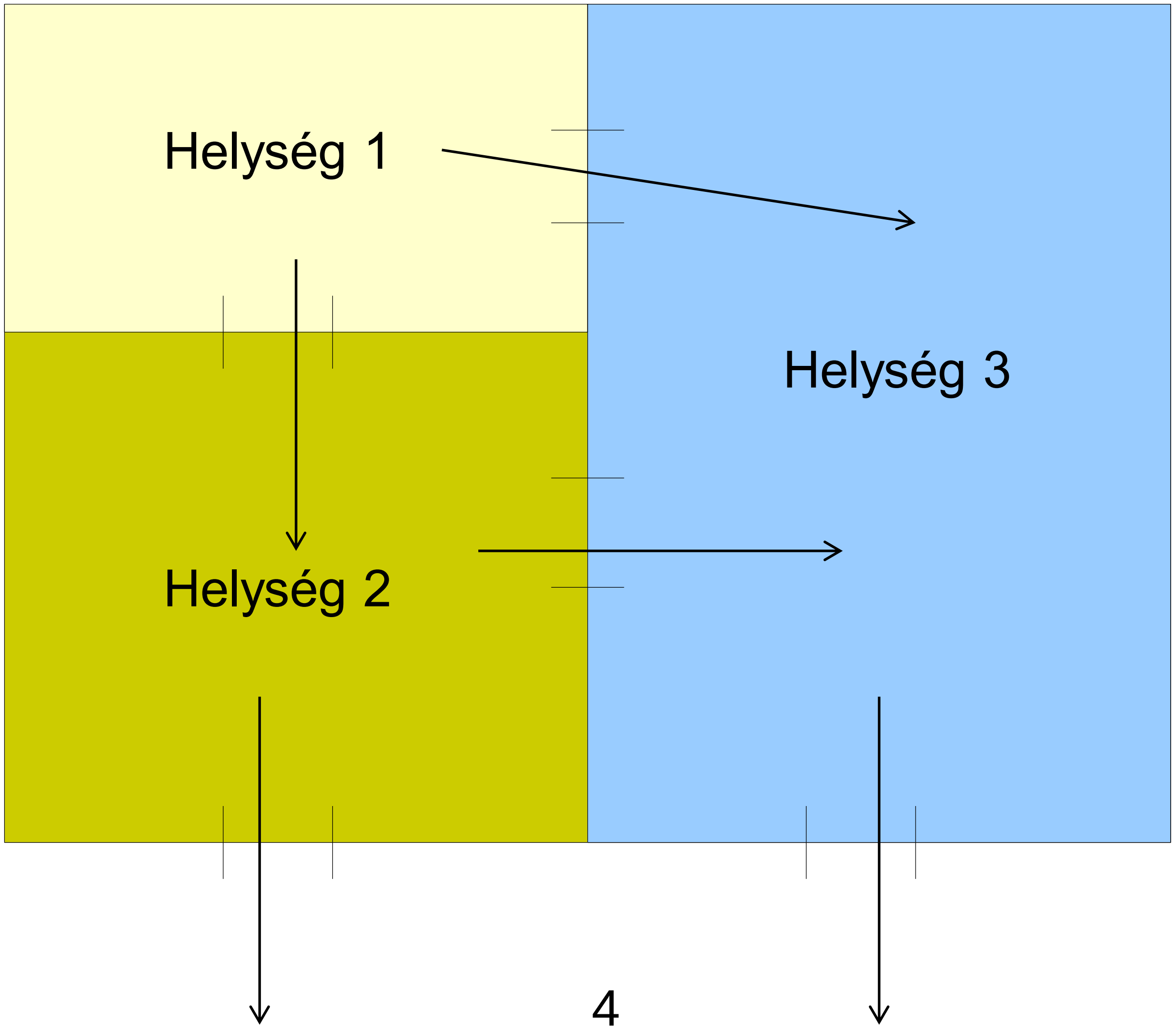
Modellek

Maximális dinamikus folyam
 „Time expended” modell
Leggyorsabb út (quickest path)
Leggyorsabb folyam (quickest flow)
Univerzális maximális dinamikus folyam

Evakuálási modellek/ max. dinamikus folyam



Evakuálási modellek/ max. dinamikus folyam



A modell

Adott a struktúra (háló)

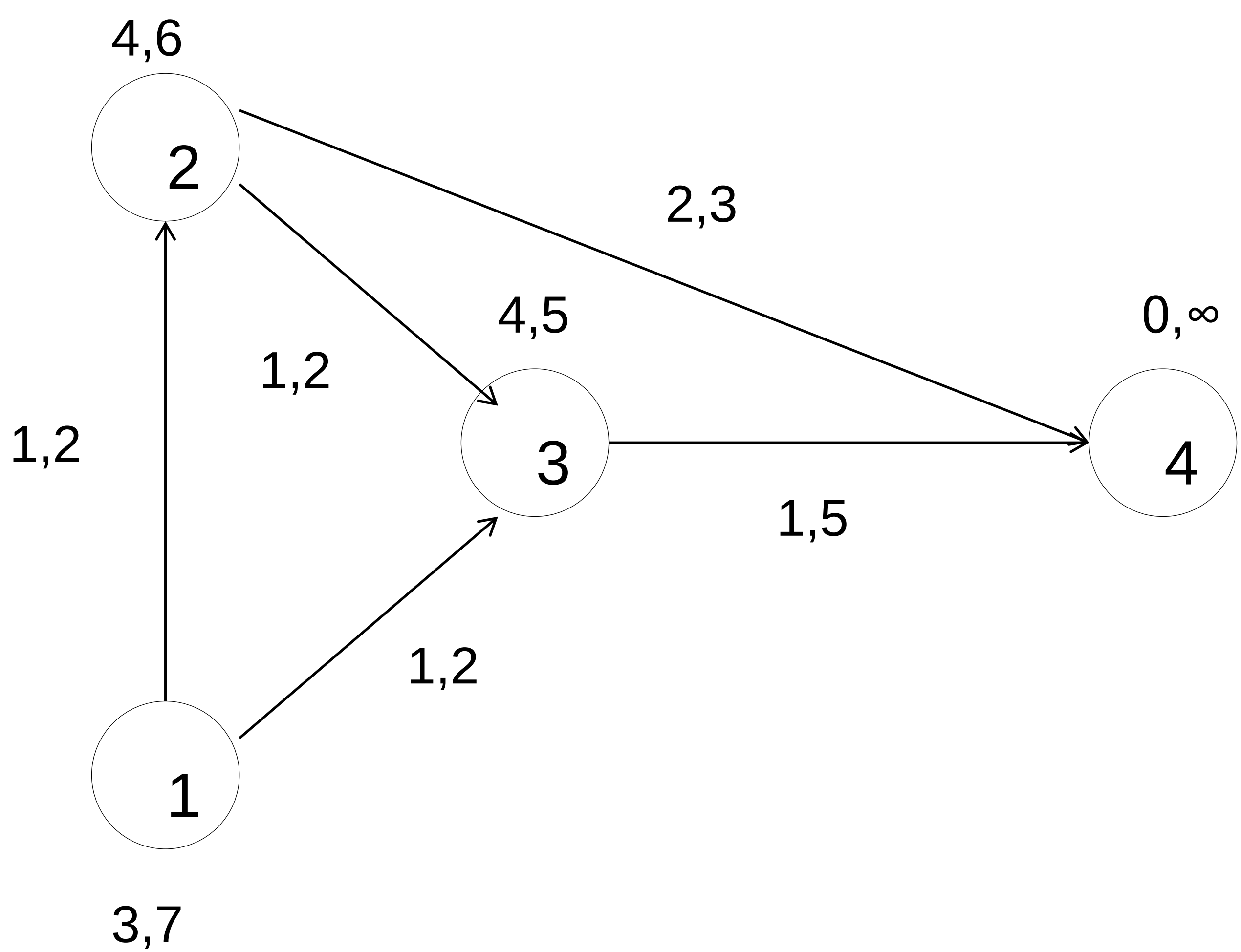
Minden helységhez a kezdetben ott tartózkodók szám, és a maximális befogadóképesség
Pld. 1. helységben (3,5).

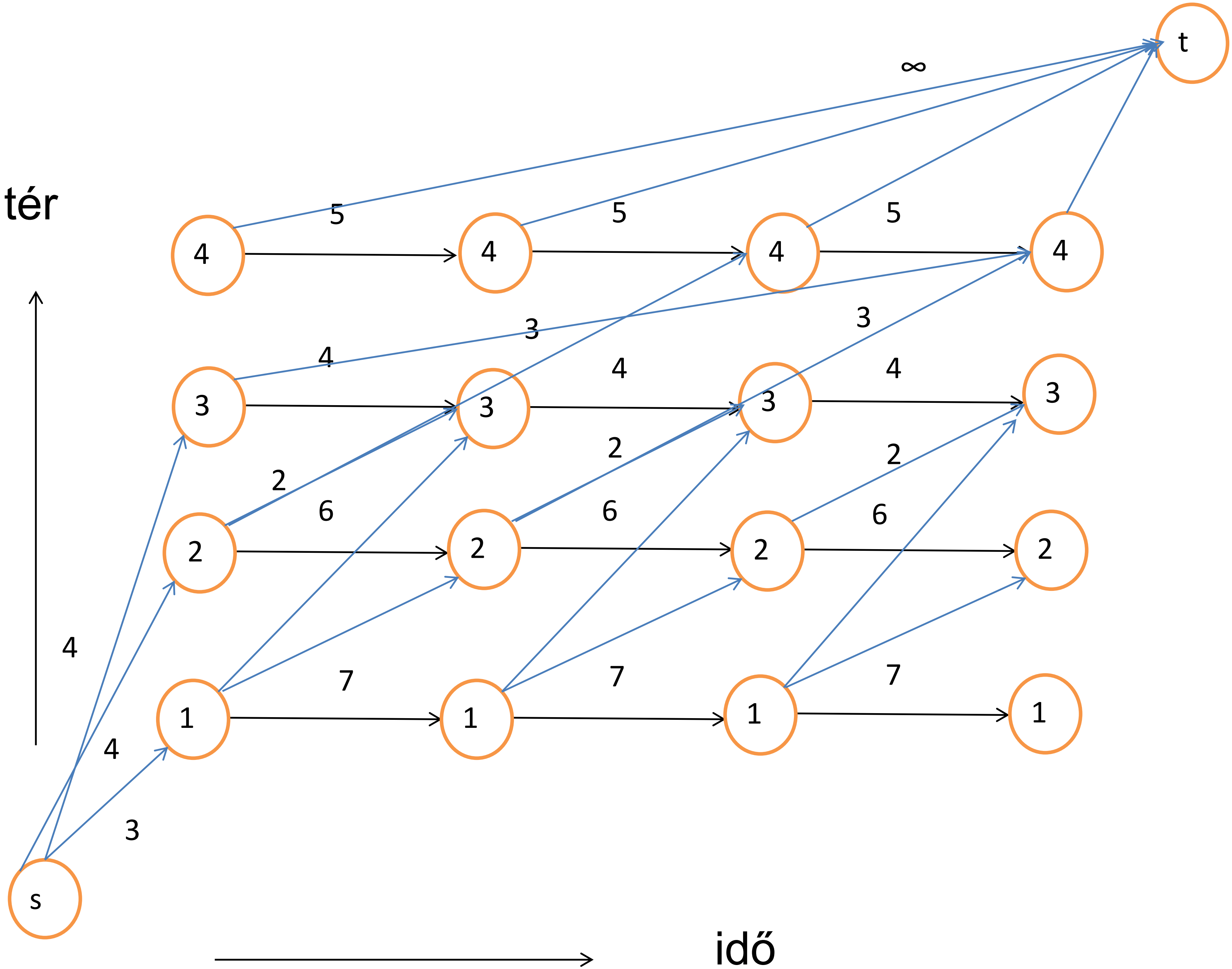
Minden élre az utazási idő és az átviteli kapacitás időegységenként
Pld.: (2,3): 2 időegység az áthaladás egyszerre maximum 3 embernek

Feladat:

- Adott T időhöz a maximális folyam
- Adott v folyam értékhez a minimálisan szükséges idő.

Maximális Dinamikus folyamok példa




t
∞
tér
5
5
5
4
4
4
4
3
3
4
4
3
3
3
3
2
2
2
6
6
6
2
2
2
2
4
7
7
7
1
1
1
1
4
3
s
idő

Time expended modell

- Világos interpretáció
- Több csomópont és él van
 mint az eredeti hálóban, „lassú” algoritmus.

Általánosítások

- Adott T időegység alatt mennyi ember tud kijutni?
- A maximális folyam, hogyan alakul az idő függvényében t=1,2,...T ? (Universal maximum flow)
- Csökken a kapacitás az idő előrehaladtával

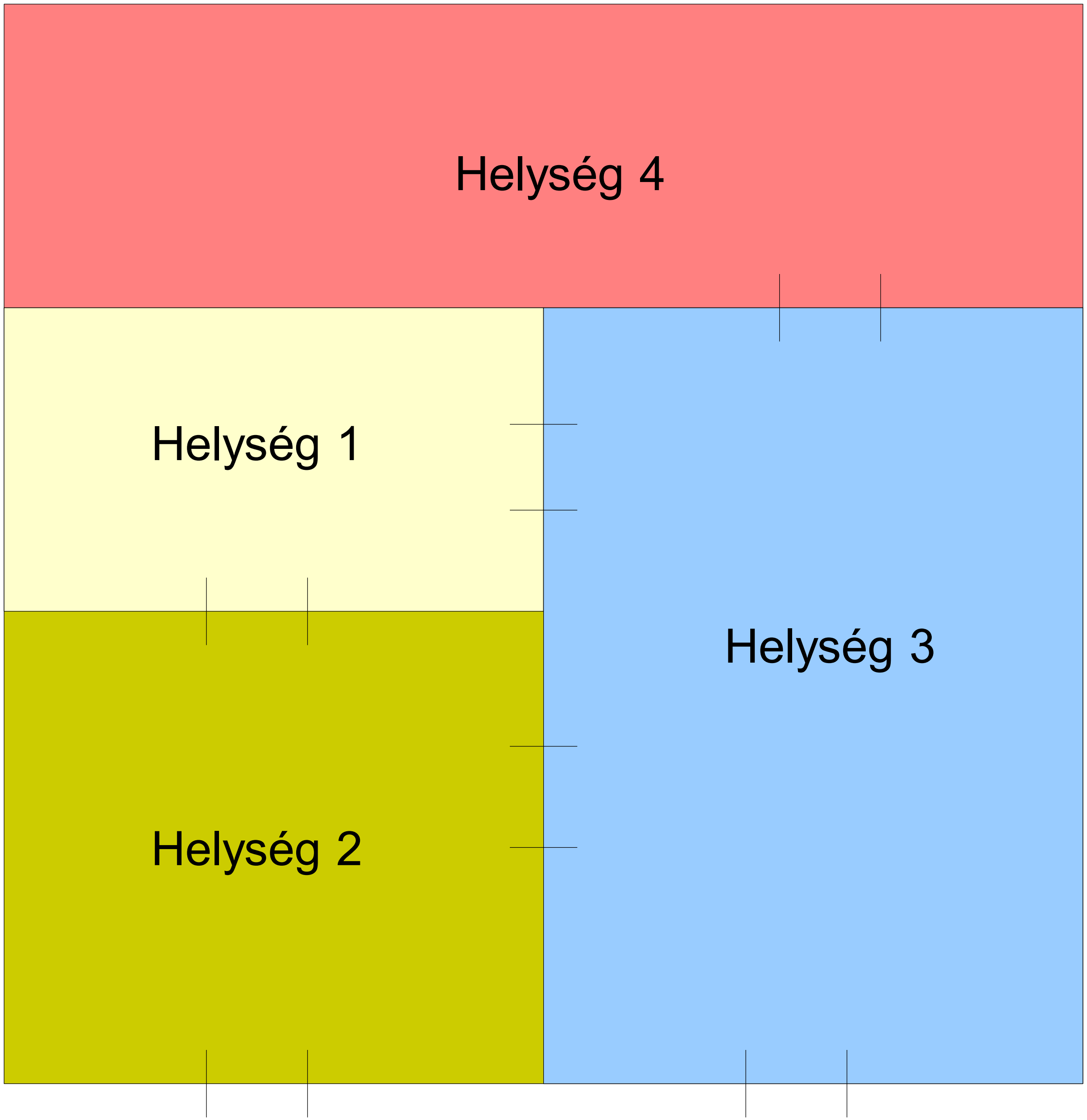
Eredményekből kapható információk

- Maximális folyam (min. vágás) értéke
- Egy maximális folyamrendszer
- Minimális vágás helye

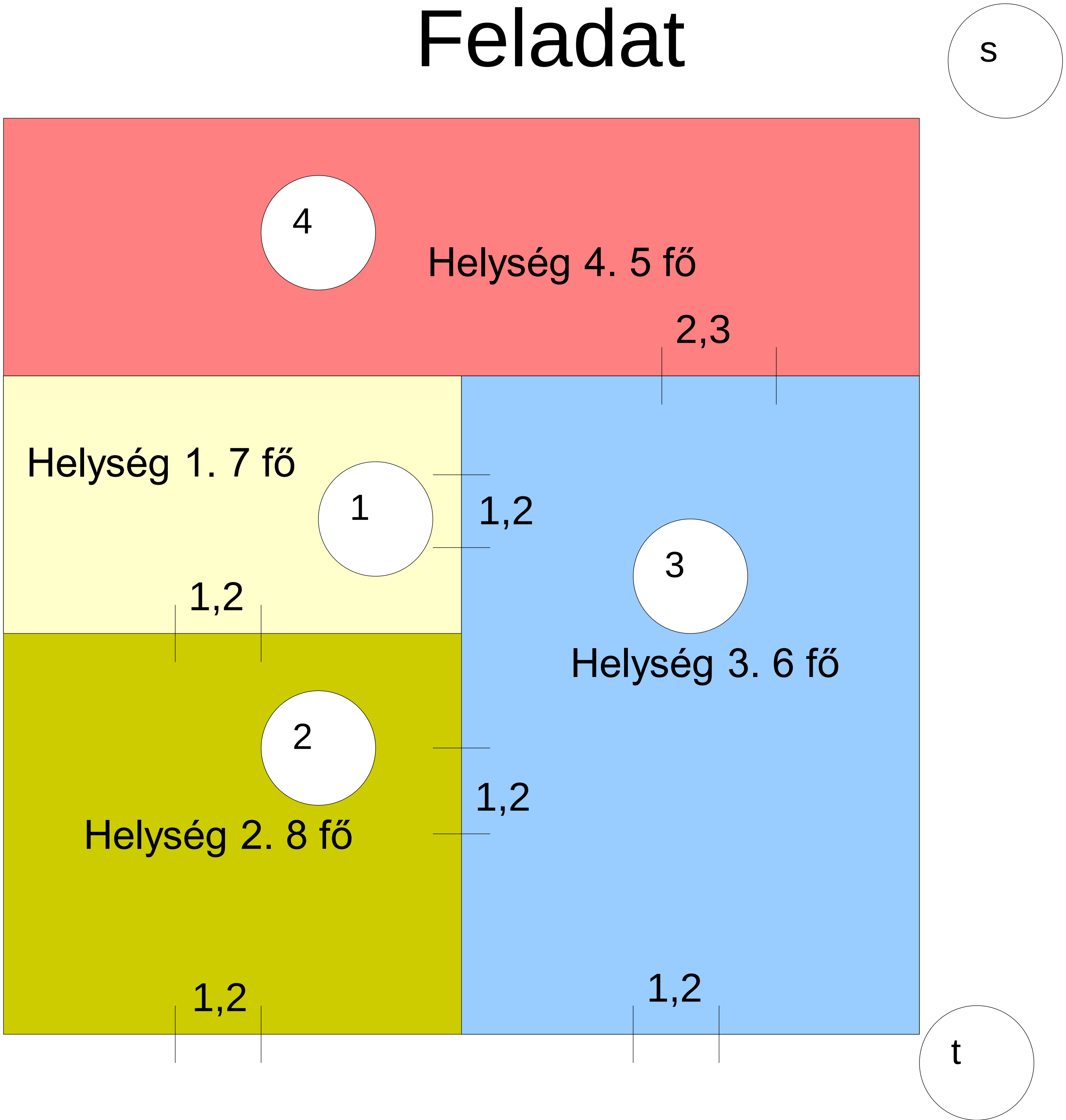
Felhasználható ingyenes szoftverek

- http://users.iems.northwestern.edu/~giden/
- Giden
- www.scilab.org
- (metanet toolbox)
- http://www.r-project.org/
- (igraph package)

Feladat

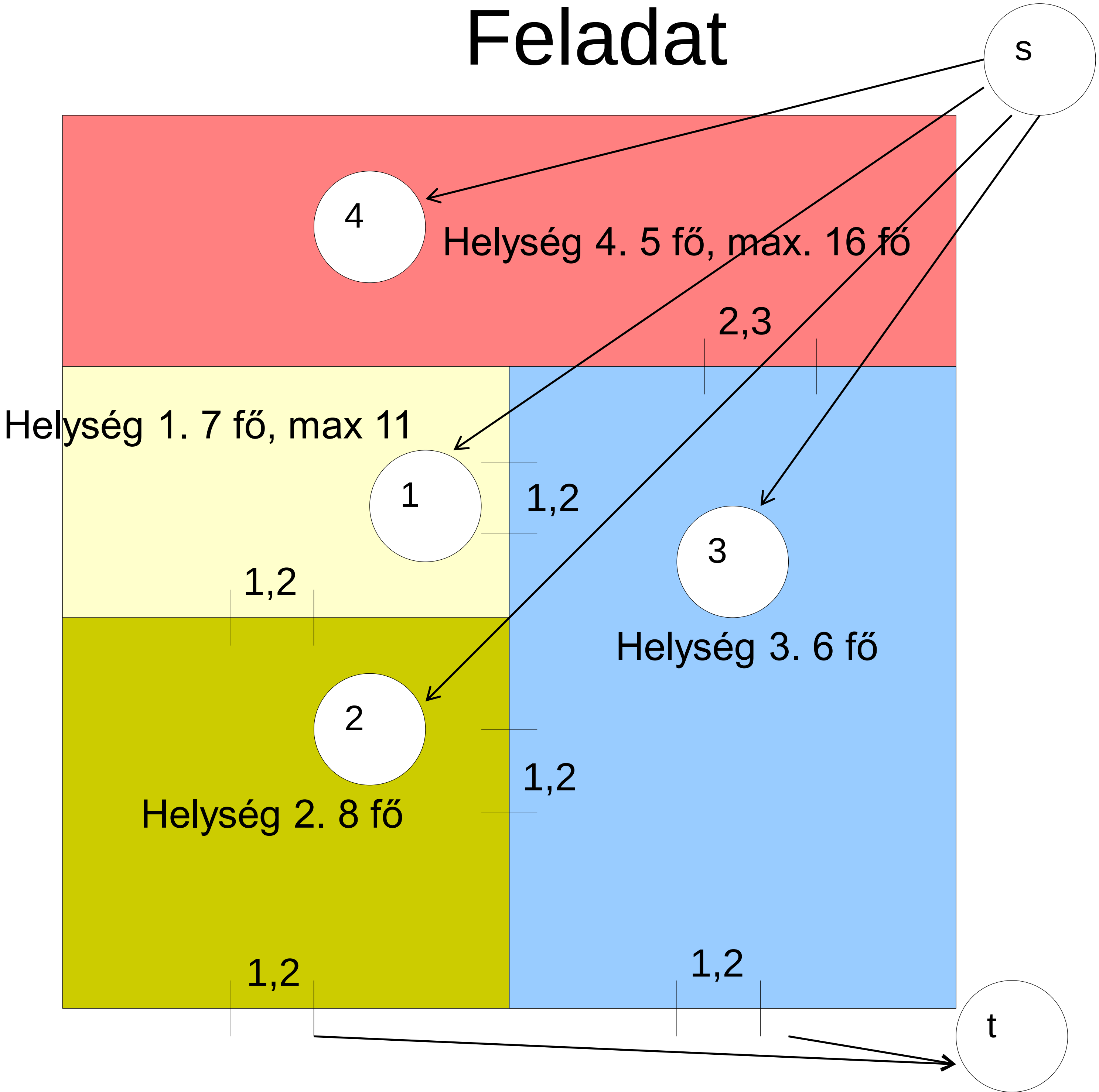


Feladat

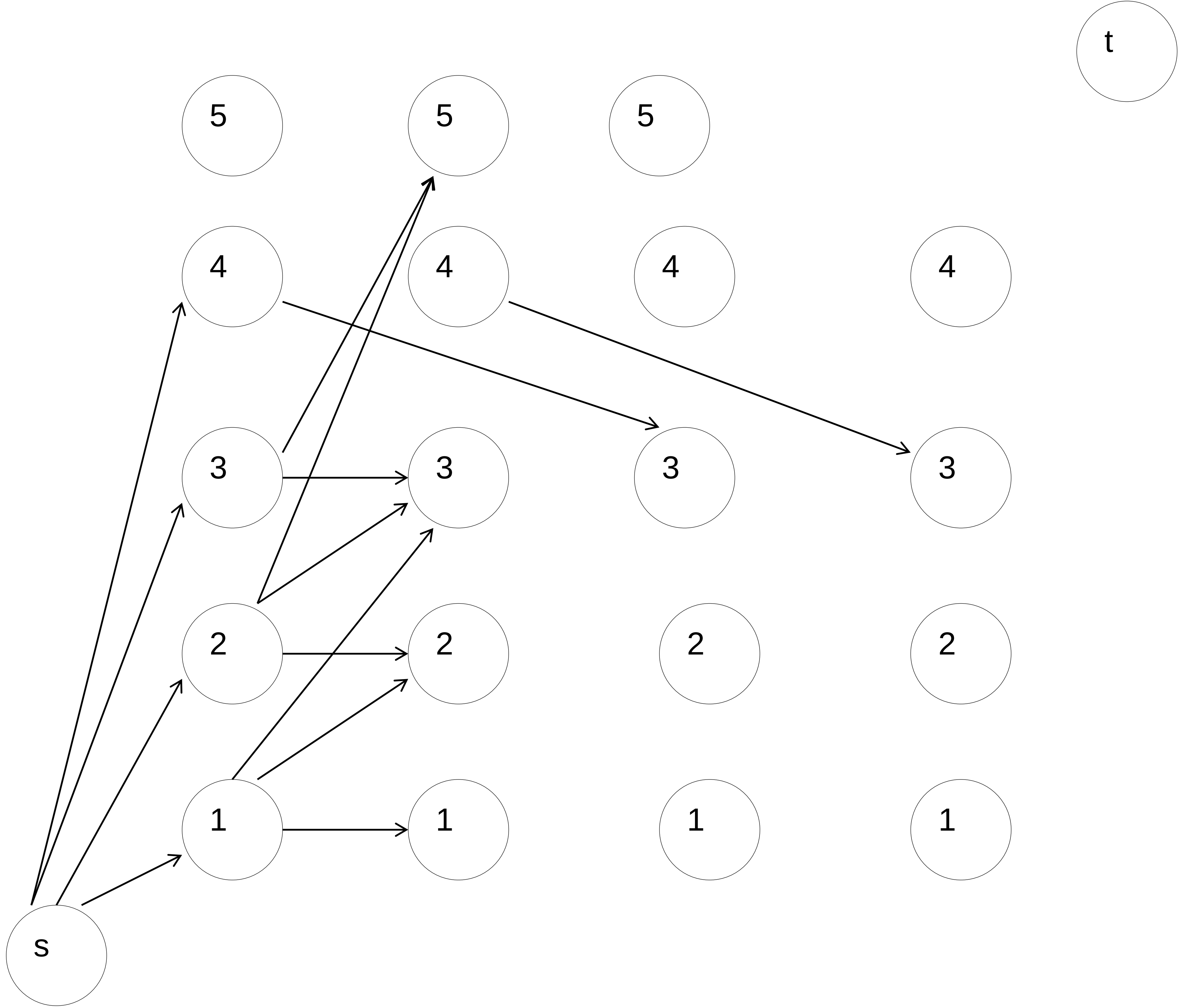


s
4
Helység 4. 5 fő
2,3
Helység 1. 7 fő
1
1,2
3
1,2
Helység 3. 6 fő
2
1,2
Helység 2. 8 fő
1,2
1,2
t

Feladat



s
4
Helység 4. 5 fő, max. 16 fő
2,3
Helység 1. 7 fő, max 11
1
1,2
3
1,2
Helység 3. 6 fő
2
1,2
Helység 2. 8 fő
1,2
1,2
t


t
5
5
5
4
4
4
4
3
3
3
3
2
2
2
2
1
1
1
1
s

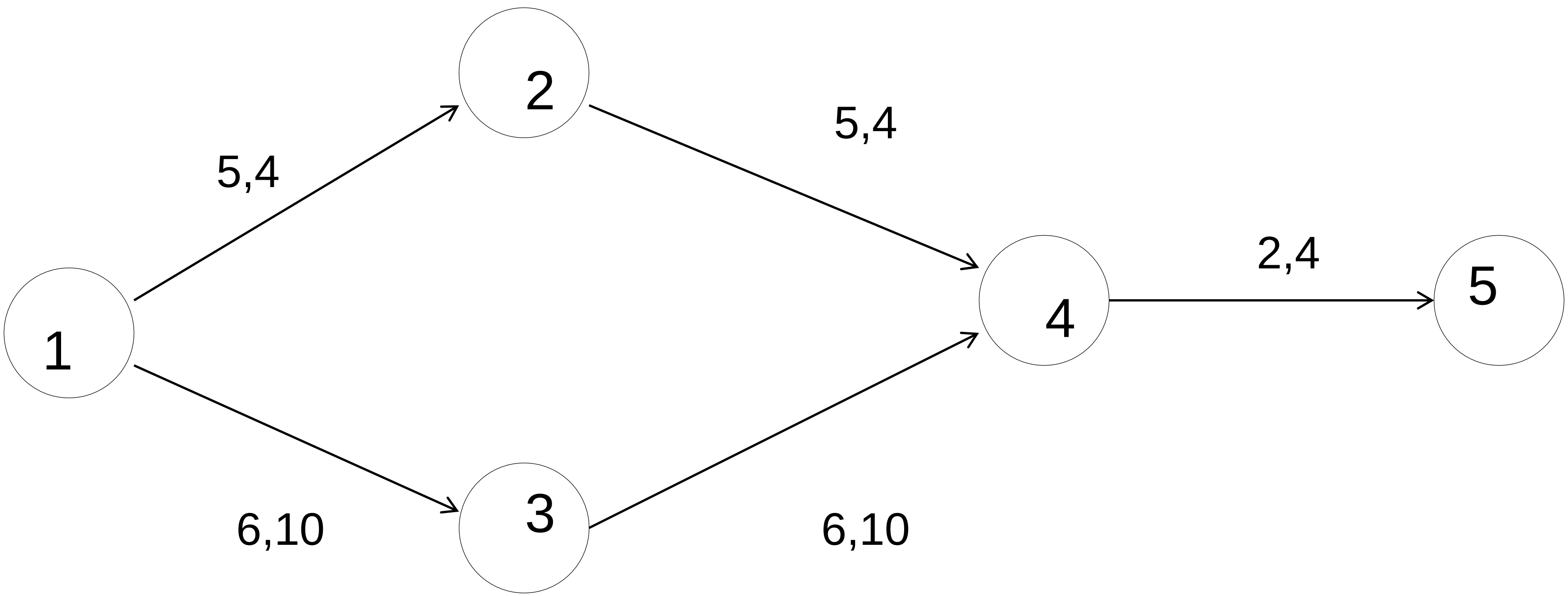
Leggyorsabb út / Quickest path

Adott: a hálózat az utazási időkkel és a kapacitásokkal
Feladat:
Adott mennyiségű folyamot a leggyorsabban eljuttatni s-ből t-be egy úton keresztül.

Összutazási idő:

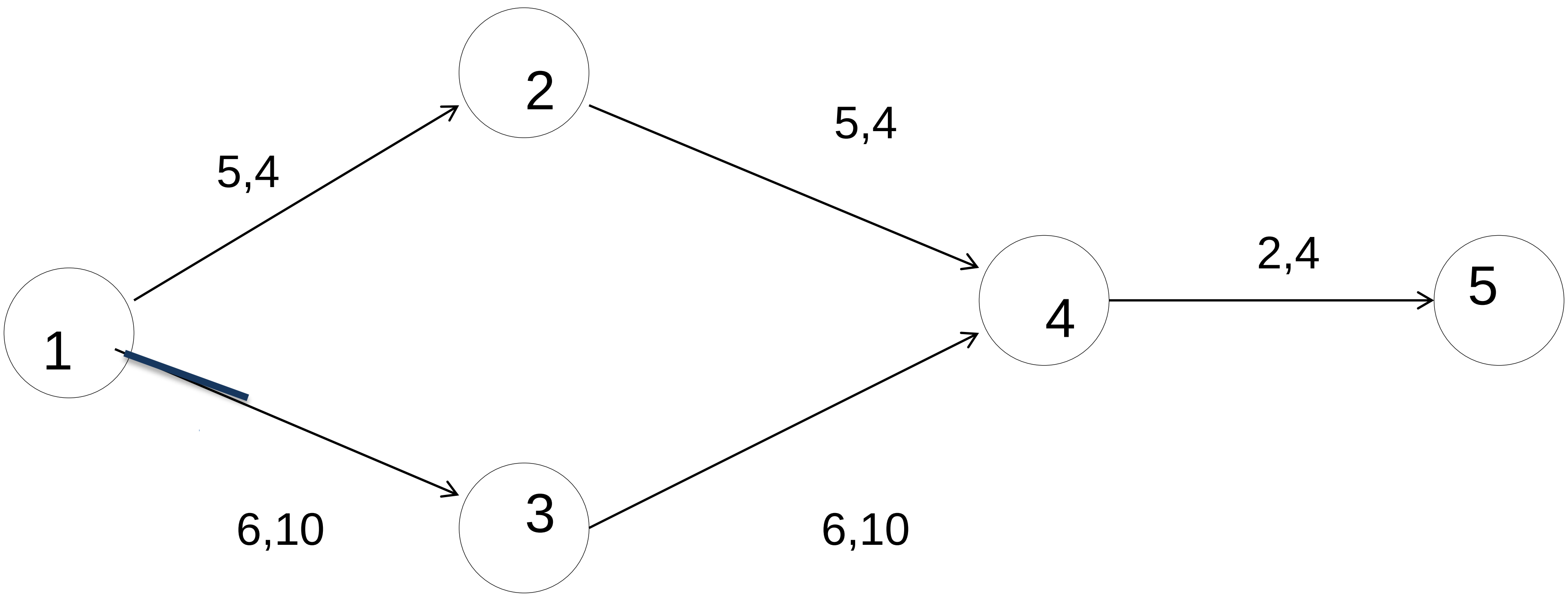
T= Utazási idők összege az úton+ átküldendő folyam/legkisebb út kapacitás

Quickest path/ példa



20 egységnyi folyam mennyi idő alatt juthat el 1-ből 4-be?

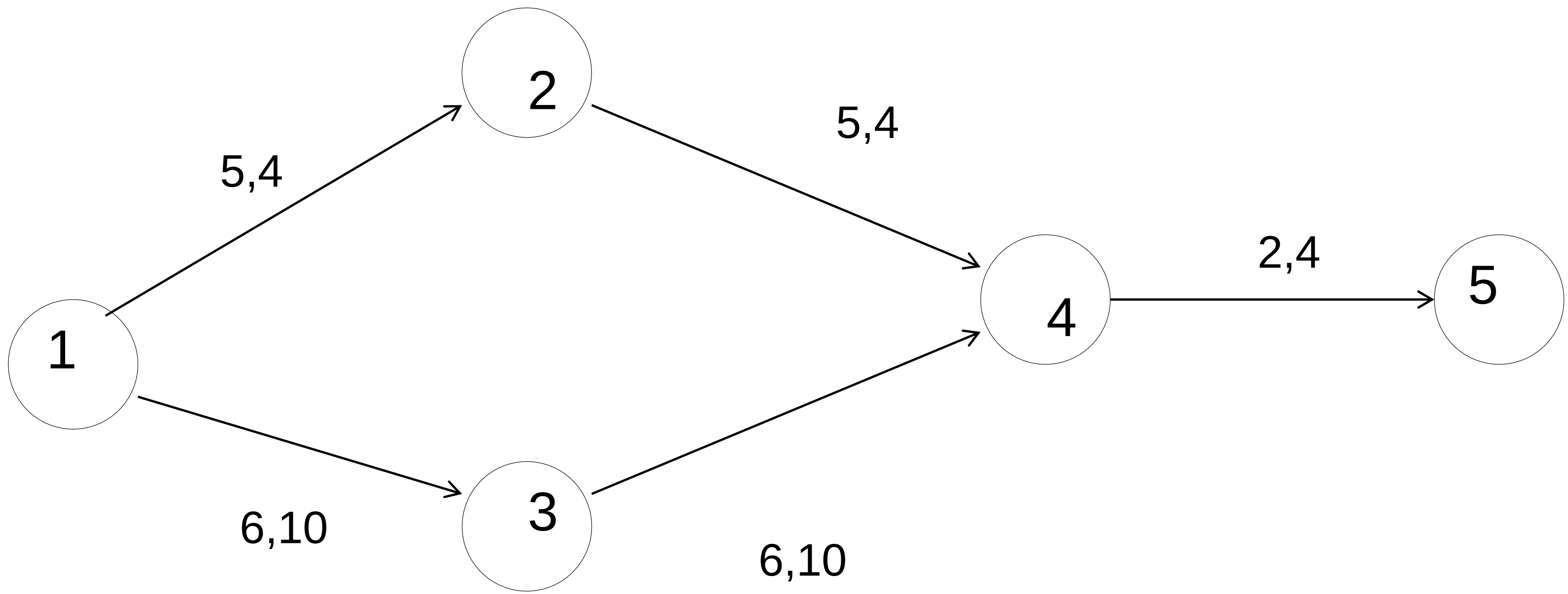
Quickest path/ példa



20 egységnyi folyam mennyi idő alatt juthat el 1-ből 4-be?

T(1,2,4)=20/4+5+5=15
T(1,3,4)=20/10+6+6=14

Quickest path/ példa



20 egységnyi folyam mennyi idő alatt juthat el 1-ből 5-be?

T(1,2,4,5)=5+5+2+20/4=17
T(1,3,4,5)=6+6+2+20/4=19

Felhasznált irodalom

- H. W. Hamacher, S. A. Tjandra, Mathematical Modelling of Evacuation Problems: A State of Art

Köszönöm a figyelmet !

Mályusz Levente

BME Építéskivitelezési Tanszék